تمرین اول الکترومغناطیس

1. در هر یک از حالات زیر، پارامترهای مجهول را تعیین کنید.

الف) $\left(\frac{ax^2-bx+4}{x-2}\hat{x} - cxy\hat{z}\right) \times ((2x-4)\hat{x} + (z^d - 1)\hat{y}) = 0$

ب) $\vec{u} = ((1-y^a z)^2)\hat{x} + (5)\hat{y} + (z-1)\hat{z}$

$\vec{v} = \hat{x} + \left((1-z^2) + by\right)\hat{y} + \left((z+1)(y-c)\right)\hat{z}$

$\vec{u} \cdot \vec{v} = 1 - 2z\sqrt{y}$

2. بردار $\vec{a}$ را در دستگاه مختصات و نقطه خواسته شده مشخص کنید.

$\vec{a} = 3\hat{x} - 4\hat{z}$

الف) $P_0 = (1,0,1)$ مختصات کروی

ب) $P_0 = (1,0,1)$ مختصات استوانه‌ای

ج) $P_0 = (2,-1,0)$ مختصات استوانه‌ای

3. میدان برداری $\left(\frac{\cos\theta}{r}\right)\hat{r} + \left(\frac{\sin\theta}{r}\right)\hat{\theta}$ (کروی) را در دستگاه مختصات کارتزین بیان کنید.

4. رئوس یک مثلث در نقاط (0,-5,1)، (2,1,-1)، و (-1,0,1) قرار دارد.

الف) مساحت مثلث را بیابید.

ب) آیا این مثلث قائم الزاویه است؟

5. برای میدان $\boldsymbol{R} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$ نشان دهید که:

$$\nabla\left(\frac{1}{|\boldsymbol{R}|}\right) = -\boldsymbol{R}/|\boldsymbol{R}|^3$$

آیا میتوان نتیجه گرفت که برای بردار $\boldsymbol{R} = (x-x_0)\hat{x} + (y-y_0)\hat{y} + (z-z_0)\hat{z}$ نیز این رابطه برقرار است؟

6. در مورد تابع عددی f و تابع برداری $\boldsymbol{G}$ روابط زیر را در دستگاه مختصات کارتزین ثابت کنید

$$\nabla \times (f\boldsymbol{G}) = f\nabla \times \boldsymbol{G} + (\nabla f) \times \boldsymbol{G}$$
$$\nabla \cdot (f\boldsymbol{G}) = f\nabla \cdot \boldsymbol{G} + (\nabla f) \cdot \boldsymbol{G}$$

آیا میتوان نتیجه گرفت که روابط فوق در تمامی دستگاهها برقرار است؟

7. میدان برداری $\boldsymbol{F} = (x + c_1 z)\hat{x} + (c_2 x - 3z)\hat{y} + (x + c_3 y + c_4 z)\hat{z}$ را در نظر بگیرید.
الف) ثوابت c_1، c_2، c_3، و c_4 را طوری تعیین کنید که $\boldsymbol{F}$ غیرگردشی و غیر سلونوئیدی باشد.
ب) تابع پتانسیل V را طوری تعیین کنید که $\boldsymbol{F} = -\nabla V$.

8. میدان برداری $\boldsymbol{F} = (x - y)\hat{x} + (y^2 x)\hat{y}$ را در نظر بگیرید.
الف) $\oint \boldsymbol{F}.dl$ را دور مثلثی به رئوس $A(1,1)$ $B(2,1)$ $C(2,2)$ در جهت ساعتگرد محاسبه کنید.
ب) $\int (\nabla \times \boldsymbol{F}) \cdot ds$ را روی سطح مثلث فوق محاسبه کنید.
ج) آیا $\boldsymbol{F}$ میتواند به صورت گرادیان یک بردار اسکالر بیان شود؟